

**Hong Kong Mathematics Olympiad (2009 / 2010)**  
**Heat Event (Group)**  
**香港數學競賽 (2009 / 2010)**  
**初賽項目(團體)**

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 已知六位數  $\overline{503xyz}$  可以被 7, 9, 11 整除。求三位數  $\overline{xyz}$  的最小值。

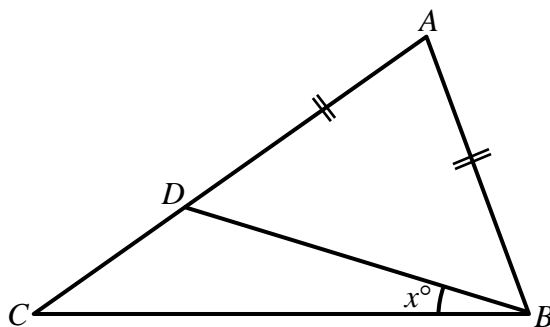
Given that the six-digit number  $\overline{503xyz}$  is divisible by 7, 9, 11. Find the minimum value of the three-digit number  $\overline{xyz}$ .

2. 求最小的正整數  $n$  使得  $\underbrace{20092009\cdots 2009}_{n \text{ 個 } 2009}$  能被 11 整除。

Find the smallest positive integer  $n$  so that  $\underbrace{20092009\cdots 2009}_{n \text{ copies of } 2009}$  is divisible by 11.

3. 在圖一中， $ABC$  是一三角形。  $D$  是  $AC$  上的一點，使得  $AB = AD$ 。若  $\angle ABC - \angle ACB = 40^\circ$ ，求  $x$  的值。

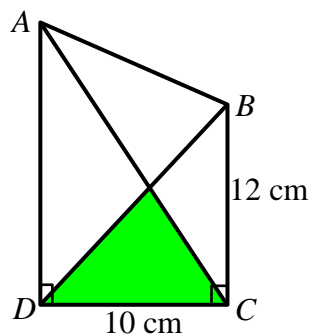
In Figure 1,  $ABC$  is a triangle.  $D$  is a point on  $AC$  such that  $AB = AD$ . If  $\angle ABC - \angle ACB = 40^\circ$ , find the value of  $x$ .



圖一  
Figure 1

4. 在圖二中，已知陰影部分的面積是  $35 \text{ cm}^2$ 。若梯形  $ABCD$  的面積是  $z \text{ cm}^2$ ，求  $z$  的值。

In Figure 2, given that the area of the shaded region is  $35 \text{ cm}^2$ . If the area of the trapezium  $ABCD$  is  $z \text{ cm}^2$ , find the value of  $z$ .



圖二  
Figure 2

5. 從 1, 2, 3, 4, 5, 6 中抽取三個號碼。求抽得的號碼中包含最少兩個連續數的概率。

Three numbers are drawn from 1, 2, 3, 4, 5, 6. Find the probability that the numbers drawn contain at least two consecutive numbers.

6. 求以下函數的最小值：

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-1000|,$$

其中  $x$  是一實數。

Find the minimum value of the following function:

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-1000|,$$

where  $x$  is a real number.

7. 設  $m, n$  為正整數使得  $\frac{1}{2010} < \frac{m}{n} < \frac{1}{2009}$ 。求  $n$  的最小值。

Let  $m, n$  be positive integers such that  $\frac{1}{2010} < \frac{m}{n} < \frac{1}{2009}$ . Find the minimum value of  $n$ .

8. 如果正整數  $a$  的各數位之和等於 7，則  $a$  稱為「幸運數」。例如 7, 61, 12310 都是「幸運數」。將所有「幸運數」從小到大排成一列  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 。若  $a_n = 1600$ ，求  $a_{2n}$  的值。

Let  $a$  be a positive integer. If the sum of all digits of  $a$  is equal to 7, then  $a$  is called a "lucky number". For example, 7, 61, 12310 are lucky numbers.

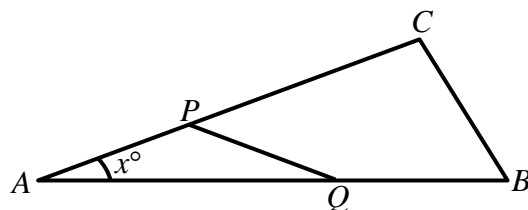
List all lucky numbers in ascending order  $a_1, a_2, a_3, \dots$ . If  $a_n = 1600$ , find the value of  $a_{2n}$ .

9. 若  $\log_4(x+2y)+\log_4(x-2y)=1$  , 求  $|x|-|y|$  的最小值。

If  $\log_4(x+2y)+\log_4(x-2y)=1$ , find the minimum value of  $|x|-|y|$ .

10. 在圖三中， $\triangle ABC$  滿足  $AB=AC$  且  $x \leq 45$ 。若  $P$  和  $Q$  分別是  $AC$  及  $AB$  上的兩點，且  $AP=PQ=QB=BC \leq AQ$ ，求  $x$  的值。

In Figure 3, in  $\triangle ABC$ ,  $AB=AC$ ,  $x \leq 45$ . If  $P$  and  $Q$  are two points on  $AC$  and  $AB$ , respectively, and  $AP=PQ=QB=BC \leq AQ$ , find the value of  $x$ .



圖三  
Figure 3